

# Formelsamling Mat. C & B

## Indhold

FORMELSAMLING MAT. C & B .....	1
BRØKER .....	2
LIGNINGER .....	3
PARENTESER.....	3
RENTE .....	5
INDEKS .....	6
GEOMETRI .....	7
<i>Areal af trekant</i> .....	7
<i>Vinkelsum i en trekant</i> .....	7
<i>Ens- vinklede trekanter</i> .....	7
VILKÅRLIG TREKANT.....	7
<i>Sinusrelationerne</i> : .....	7
<i>Cosinusrelationerne</i> : .....	7
RET- VINKLET TREKANT .....	9
<i>(Pytha- goras, Sinus, Cosinus og Tangens)</i> .....	9
EKSPONENTER .....	10
LOGARITMER .....	10
OMVENDT PROPORTIONALITET .....	11
VÆKST .....	12
LINEÆR VÆKST.....	12
EKSPONENTIEL VÆKST .....	12
POTENS-VÆKST .....	12
FORMLER TIL MATEMATIK B .....	13
<i>Flere regler for differentiation</i> .....	14
<i>Flere regler for integration</i> .....	15

# Brøker

	<b>Regel</b>	<b>Formel</b>	<b>Eksempel</b>
Helt tal gange brøk	Det hele tal ganges ind i tælleren	$k \cdot \frac{a}{b} = \frac{k \cdot a}{b}$	$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$
Brøk gange brøk	Tæller gang tæller og nævner gang nævner	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{6}{35}$
Brøk divideret med helt tal	Det hele tal ganges ind i nævneren	$\frac{a}{b} : k = \frac{a}{b \cdot k}$	$\frac{2}{7} : 3 = \frac{2}{7 \cdot 3} = \frac{2}{21}$
Helt tal divideret med brøk	Man dividerer med en brøk ved at gange med den omvendte	$k : \frac{a}{b} = k \cdot \frac{b}{a}$	$3 : \frac{2}{7} = 3 \cdot \frac{7}{2} = \frac{21}{2}$
Brøk divideret med brøk	Man dividerer med en brøk ved at gange med den omvendte	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	$\frac{2}{7} : \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{10}{21}$
Forkorte en brøk	Tæller og nævner divideres med samme tal	$\frac{a}{b} = \frac{a/k}{b/k}$	$\frac{6}{21} = \frac{6/3}{21/3} = \frac{2}{7}$
Forlænge en brøk	Tæller og nævner ganges med samme tal	$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot k}{b \cdot k}$	$\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{6}{21}$
Brøk plus brøk med samme nævner	Tæller plus tæller og behold den fælles nævner	$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$	$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$
Brøk minus brøk med samme nævner	Tæller minus tæller og behold den fælles nævner	$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$	$\frac{2}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2-3}{7} = \frac{-1}{7}$
Find fællesnævner for 2 brøker	De to nævnere ganges med hinanden	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{b \cdot c}{b \cdot d}$	$\frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 5} + \frac{7 \cdot 3}{7 \cdot 5} = \frac{31}{35}$

# Ligninger

Regel	Regel sagt på en anden måde	Eksempel
<p>Man må lægge samme størrelse til på begge sider af lighedstegnet.</p> <p>Man må trække samme størrelse fra på begge sider af lighedstegnet</p>	<p>Man må flytte en størrelse over på den anden side af lighedstegnet, hvis man skifter fortegn på størrelsen</p>	$\begin{aligned} & 3x = 2x + 7 \\ \Leftrightarrow & 3x - 2x = 7 \end{aligned}$
<p>Man må gange med samme størrelse på begge sider. Dog ikke med nul.</p>		$\begin{aligned} & \frac{2}{3}x + 5 = 9 \\ \Leftrightarrow & 3 \cdot \frac{2}{3}x + 3 \cdot 5 = 3 \cdot 9 \\ \Leftrightarrow & 2x + 15 = 27 \end{aligned}$
<p>Man må dividere med samme størrelse på begge sider</p>		$\begin{aligned} & 7x = 35 \\ \Leftrightarrow & x = 5 \end{aligned}$

# Parenteser

	Regel	Formel	Eksempel
Tal gange parentes	Tallet ganges med hvert led i parentesen	$k(a+b) = ka+kb$	$7(10+2) = 70+14$
Parentes gange parentes	Hvert led i den ene ganges med hvert led i den anden	$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$	$\begin{aligned} & (3x-5)(2x+1) \\ = & 6x^2 + 3x - 10x - 5 \\ = & 6x^2 - 7x - 5 \end{aligned}$
Minus parentes	Man kan hæve en minus parentes ved at skifte fortegn på alle led	$-(a-b) = -a + b$	$\begin{aligned} & -(x-5) \\ = & -1(x-5) \\ = & -x + 5 \end{aligned}$

# Procent

	<b>Regel</b>	<b>Bogstaver</b>	<b>Formler</b>	<b>Eksempel</b>
Tal plus procent	Man lægger p% til et tal ved at gange med $(1+p\%)$	B: Begyndelsesværdi S: Slutværdi F: Fremskrivningsfaktor p%: Rentefod $r = p\%$ $F = (1+r) = (1+p\%)$	$S = B \cdot F$ $S = B(1+p\%)$ $S = B(1+r)$ $B = \frac{S}{1+r}$	$B = 200$ $p\% = 5\% = 0,05$ $S = 200 \cdot (1+5\%) = 200 \cdot 1,05 = 210$
Tal minus procent	Man trækker p% fra et tal ved at gange med $(1-p\%)$  At trække p% fra et tal er det samme som at lægge $(-p\%)$ til tallet		$S = B \cdot F$ $S = B \cdot (1-p\%)$ $S = B \cdot (1-r)$ $B = \frac{S}{1-r}$	$B = 200$ $p\% = -5\% = -0,05$ $S = 200 \cdot (1-5\%) = 200 \cdot 0,95 = 190$

# Rente

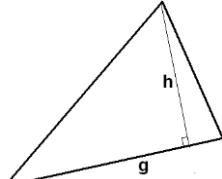
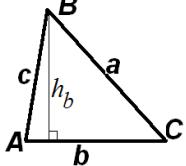
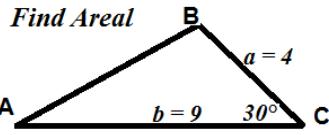
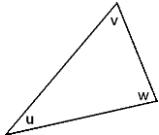
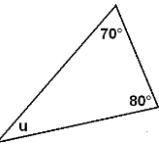
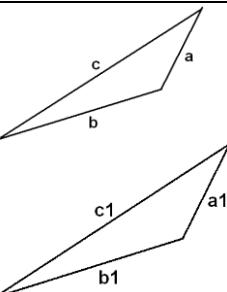
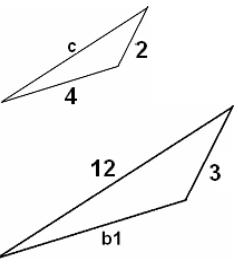
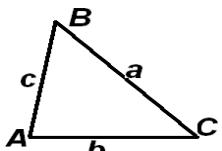
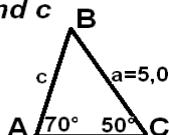
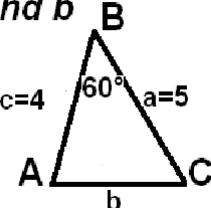
	Bogstaver	Formler	Eksempler
Kapital-fremskrivning	$K_0$ : Begyndelseskapital n: Antal terminer $r$ : Rentefod $K$ : Kapital efter n terminer	$K = K_0(1+r)^n$ $K_0 = \frac{K}{(1+r)^n}$ $= K \cdot (1+r)^{-n}$	$K_0 = 200, r = 10\%, n = 4$ $\begin{aligned} K &= 200 \cdot 1,10^4 \\ &= 200 \cdot 1,4641 \\ &= 292,82 \end{aligned}$ $\begin{aligned} K_0 &= \frac{292,82}{1,10^4} \\ &= 292,82 \cdot 1,10^{-4} \\ &= 200 \end{aligned}$
Gennemsnitlig rentefod eller: Gennemsnitlig procentvis ændring	$K_0$ : Begyndelseskapital n: Antal terminer $r = p\%$ : Gennemsnitlig rentefod eller gennemsnitlig %-vis ændring $K$ : Kapital efter n terminer $r_1$ : Rentefod i den 1. termin $r_2$ : Rentefod i den 2. termin $r_n$ : Rentefod i den n. termin	$(1+r)^n = \frac{K}{K_0}$ $1+r = \sqrt[n]{\frac{K}{K_0}}$ $r = \sqrt[n]{\frac{K}{K_0}} - 1$ $p\% = \sqrt[n]{\frac{K}{K_0}} - 1$ $= \left( \sqrt[n]{\frac{K}{K_0}} - 1 \right) \cdot 100\%$ $r = \sqrt[n]{(1+r_1) \cdot (1+r_2) \cdot \dots \cdot (1+r_n)} - 1$	$1+r = \sqrt[4]{\frac{292,82}{200}} = 1,10$ $r = 0,10$ $r = 10\%$ $p\% = 10\%$
Antal Terminer		$n = \frac{\log\left(\frac{K}{K_0}\right)}{\log(1+r)}$	

--	--	--	--

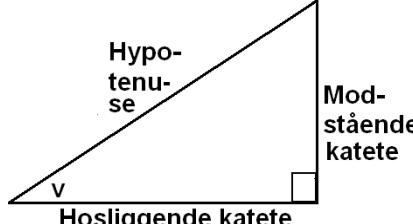
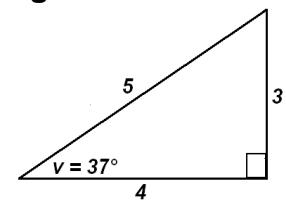
# Indeks

Bogstaver	Formler	Eksempler																																				
<p>a: Værdi i basisåret      b: Værdi et vilkårligt år  <b>i: Indeks, når årets værdi er b</b></p> <table border="1"> <tr> <td>År</td><td>...</td><td>...</td><td>Basisår</td><td>...</td><td>...</td></tr> <tr> <td>Værdi</td><td>...</td><td>...</td><td>a</td><td>...</td><td>b</td></tr> <tr> <td>Indeks</td><td>...</td><td>...</td><td>100</td><td>...</td><td>i</td></tr> </table>	År	...	...	Basisår	...	...	Værdi	...	...	a	...	b	Indeks	...	...	100	...	i	$i = \frac{b}{a} \cdot 100$	<table border="1"> <tr> <td>År</td><td>1988</td><td>1989</td><td>Basisår 1990</td><td>1991</td><td>1992</td></tr> <tr> <td>Værdi</td><td>125</td><td>200</td><td>250</td><td>300</td><td>375</td></tr> <tr> <td>Indeks</td><td>i</td><td></td><td>100</td><td></td><td>j</td></tr> </table> $i = \frac{125}{250} \cdot 100 = 50$ $j = \frac{375}{250} \cdot 100 = 150$	År	1988	1989	Basisår 1990	1991	1992	Værdi	125	200	250	300	375	Indeks	i		100		j
År	...	...	Basisår	...	...																																	
Værdi	...	...	a	...	b																																	
Indeks	...	...	100	...	i																																	
År	1988	1989	Basisår 1990	1991	1992																																	
Værdi	125	200	250	300	375																																	
Indeks	i		100		j																																	
<p>c: Den gamle indeks-værdi i det nye basisår      d: Gammel Indeks-værdi et vilkårligt år  <b>e: Nyt indeks, når årets gamle indeks er d</b></p> <table border="1"> <tr> <td>År</td><td>Gam-melt basisår</td><td>...</td><td>Nyt basisår</td><td>...</td><td>...</td></tr> <tr> <td>Gam-melt indeks</td><td>100</td><td>...</td><td>c</td><td>...</td><td>d</td></tr> <tr> <td>Nyt indeks</td><td>...</td><td>...</td><td>100</td><td>...</td><td>e</td></tr> </table>	År	Gam-melt basisår	...	Nyt basisår	...	...	Gam-melt indeks	100	...	c	...	d	Nyt indeks	...	...	100	...	e	$e = \frac{d}{c} \cdot 100$	<table border="1"> <tr> <td>År</td><td>Gam-melt basisår 1990</td><td>1991</td><td>Nyt basisår 1992</td><td>1993</td><td>1994</td></tr> <tr> <td>Gam-melt indeks</td><td>100</td><td>...</td><td>150</td><td>...</td><td>300</td></tr> <tr> <td>Nyt indeks</td><td>...</td><td>...</td><td>100</td><td>...</td><td>e</td></tr> </table> $e = \frac{300}{150} \cdot 100 = 200$	År	Gam-melt basisår 1990	1991	Nyt basisår 1992	1993	1994	Gam-melt indeks	100	...	150	...	300	Nyt indeks	...	...	100	...	e
År	Gam-melt basisår	...	Nyt basisår	...	...																																	
Gam-melt indeks	100	...	c	...	d																																	
Nyt indeks	...	...	100	...	e																																	
År	Gam-melt basisår 1990	1991	Nyt basisår 1992	1993	1994																																	
Gam-melt indeks	100	...	150	...	300																																	
Nyt indeks	...	...	100	...	e																																	

# Geometri

	Bogstaver	Formler	Eksempler
Areal af trekant	 	$T = \text{Areal} = \frac{1}{2} \text{højde} \cdot \text{grundlinje}$ $T = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g$ $h = \frac{2A}{g} \quad g = \frac{2A}{h}$  $T = 0,5 \cdot a \cdot h_a = 0,5ab \cdot \sin C$ $T = 0,5 \cdot b \cdot h_b = 0,5bc \cdot \sin A$ $T = 0,5 \cdot c \cdot h_c = 0,5ca \cdot \sin B$  <b>Herons formel:</b> $T = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ <i>hvor <math>s = \frac{a+b+c}{2}</math></i>	$T = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 15 = 75$ $h = \frac{2 \cdot 75}{15} = 10$ $g = \frac{2 \cdot 75}{10} = 15$  <i>Find Areal</i>  $T = 0,5 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \sin(30^\circ)$
Vinkelsum i en trekant		Vinkelsummen i en trekant er $180^\circ$ $v + u + w = 180^\circ$	 $U = 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ$
Ens-vinklede trekanter		$k = \text{skalafaktor} = \text{forstørrelsesfaktor}$ $k = \frac{a_1}{a}$ $b_1 = k \cdot b$ $c = \frac{c_1}{k}$	 $k = \frac{3}{2} = 1,5$ $b_1 = 1,5 \cdot 4 = 6$ $C = \frac{12}{1,5} = 8$
Vilkårlig trekant		<b>Sinusrelationerne:</b> $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $\sin A = a \cdot \frac{\sin B}{b}$ $a = \sin A \cdot \frac{b}{\sin B}$  <b>Cosinusrelationerne:</b> $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$ $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	<i>Find c</i>  $\frac{\sin(70^\circ)}{5,0} = \frac{\sin(50^\circ)}{c}$ $c = \frac{5,0 \cdot \sin(50^\circ)}{\sin(70^\circ)}$  <i>Find b</i>  $b^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos(60^\circ)$

		$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	
	<b>Symboler m.m.</b>	<b>Formler</b>	<b>Eksempel</b>

<p><b>Ret-vinklet trekant</b></p> <p>(Pythagoras, Sinus, Cosinus og Tangens)</p>	 <p><b>Forkortelser:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li><math>hyp</math>: Hypotenusen</li> <li><math>hosl.kat</math>: Hosliggende katete</li> <li><math>modst</math>: Modstående katete</li> </ul> <p>Hvis du kender <math>\sin(v)</math>, kan du finde vinklen <math>v</math> ved hjælp af <math>\sin^{-1}</math> eller <math>\text{arcSin}</math>, <math>\sin^{-1}(\text{tal}) = \text{arcSin}(\text{tal})</math></p> <p>De fleste lommeregnere benytter skrivemåden <math>\sin^{-1}</math></p> <p>I RegneRobot og i Calculator.dk kan du selv vælge om du vil skrive <math>\sin^{-1}</math> eller <math>\text{arcSin}</math>.</p> <p>I RegneRobot og i Calculator.dk taster du <math>\sin^{-1}</math> således: <math>\sin^{-1}</math></p> <p>Hvis du kender <math>\cos(v)</math>, kan du tilsvarende finde vinklen <math>v</math> ved hjælp af <math>\cos^{-1}</math> eller <math>\text{arcCos}</math>.</p> <p>Hvis du kender <math>\tan(v)</math>, kan du tilsvarende finde vinklen <math>v</math> ved hjælp af <math>\tan^{-1}</math> eller <math>\text{arcTan}</math>.</p> <p>I regneark Excel skrives kun <math>\text{arcSin}</math>, <math>\text{arcCos}</math> og <math>\text{arcTan}</math>; og vinkler skal angives i såkaldte radianer i stedet for grader.</p> <p>Radianetal = gradtal <math>\cdot 2\pi/180</math> Gradtal = radiantal <math>\cdot 180/2\pi</math></p> <p><math>\pi = ca 3,14</math> og både i RegneRobot, i Calculator.dk og i Regneark taster du <math>\pi</math> således: <math>\text{pi}()</math></p>	<p><b>Pythagoras</b> Kvadratet på hypotenusen er lig summen af kateterne kvadrater.</p> $hyp^2 = hosl.kat^2 + modst^2$ $hyp = \sqrt{hosl.kat^2 + modst^2}$ $hosl.kat = \sqrt{hyp^2 - modst^2}$ $modst = \sqrt{hyp^2 - hosl.kat^2}$ <p><b>Sinus</b></p> $\sin(v) = \frac{Modst}{hosl.kat}$ $v = \sin^{-1}\left(\frac{modst.kat}{hyp}\right)$ $modst = hyp \cdot \sin(v)$ $hyp = \frac{Modst}{\sin(v)}$ <p><b>Cosinus</b></p> $\cos(v) = \frac{hosl.kat}{hyp}$ $v = \cos^{-1}\left(\frac{hosl.kat}{hyp}\right)$ $hosl.kat = hyp \cdot \cos(v)$ $hyp = \frac{hosl.kat}{\cos(v)}$ <p><b>Tangens</b></p> $\tan(v) = \frac{\sin(v)}{\cos(v)}$ $\tan(v) = \frac{modst}{hosl.kat}$ $v = \tan^{-1}\left(\frac{modst}{hosl.kat}\right)$ $modst = hosl.kat \cdot \tan(v)$ $hosl.kat = \frac{modst}{\tan(v)}$	<p><b>Pythagoras</b></p>  $5^2 = 4^2 + 3^2$ $hyp = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ $hosl.kat = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ $modst = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ <p><b>Sinus</b></p> $\sin(v) = \frac{3}{5}$ $v = \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = 37^\circ$ $modst = 5 \cdot \sin(37^\circ) = 3$ $hyp = \frac{3}{\sin(37^\circ)} = 5$ <p><b>Cosinus</b></p> $\cos(v) = \frac{4}{5}$ $v = \cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 37^\circ$ $hosl.kat = 5 \cdot \cos(37^\circ) = 4$ $hyp = \frac{4}{\cos(37^\circ)}$ <p><b>Tangens</b></p> $\tan(v) = \frac{3}{4}$ $v = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) = 37^\circ$ $modst = 4 \cdot \tan(37^\circ) = 3$ $hosl.kat = \frac{3}{\tan(37^\circ)} = 4$
--	---	---	---

## Hvornår bruges hvilke formler ved trekantberegning ?

Kig efter, om der er ensvinklede trekanter

Vurder om Areal-formlen kan bruges

Hvis de 3 vinkler er i spil, så: Vinkelsum ( i spil betyder er kendt eller ønskes beregnet)

Ved retvinklede trekanter:

Hvis kun sider er i spil: Pythagoras

Hvis en vinkel og 2 kateter er i spil: Tangens

Hvis hosliggende katete ikke er i spil: Sinus

Ellers: Cosinus

Ved vilkårlige trekanter:

Hvis 2 vinkler og de modstående sider er i spil, så Siusrelationerne.

Hvis alle 3 sider og en vinkel er i spil, så Cosinusrelationerne.

## Eksponenter

Formel	Eksempel
$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$	$5^3 \cdot 5^4 = 5^{3+4}$
$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$	$\frac{5^7}{5^3} = 5^{7-3}$
$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$	$(5 \cdot 7)^3 = 5^3 \cdot 7^3$
$\left(\frac{a}{b}\right)^p = a^p : b^p$	$\left(\frac{5}{7}\right)^3 = 5^3 : 7^3$
$a^p : b^p = (a/b)^p$	$5^3 : 7^3 = (5/7)^3$
$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$	$(5^3)^4 = 5^{3 \cdot 4} = 5^{12}$
$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$	$5^{-3} = \frac{1}{5^3}$
$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$5^{-1} = \frac{1}{5}$
$a^1 = a$	$5^1 = 5$
$a^0 = 1$	$5^0 = 1$

## Logaritmer

Formel	Eksempel
$\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$	$\log(5 \cdot 3) = \log 5 + \log(3)$

$$\log(a^x) = x \cdot \log(a)$$

$$\log(5^3) = 3 \cdot \log(5)$$

# (Ligefrem) Proportionalitet

Bogstaver	Formler	Eksempler																				
<p><b>k:</b> Proportionalitetsfaktor</p> <table border="1"> <tr> <td>X</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr> <tr> <td>Y</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr> </table>	X	...	...	...	...	...	Y	...	...	...	...	...	$y = k \cdot x$ (Lineær funktion hvor begyndelsesværdien er nul og hældningskoefficienten er k) $k = \frac{y}{x}$ $x = \frac{y}{k}$	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>4</td><td>50</td><td>c</td></tr> <tr> <td>y</td><td>d</td><td>500</td><td>70</td></tr> </table> $k = \frac{500}{50} = 10$ $d = 10 \cdot 4 = 40$ $c = \frac{70}{10} = 7$	x	4	50	c	y	d	500	70
X	...	...	...	...	...																	
Y	...	...	...	...	...																	
x	4	50	c																			
y	d	500	70																			

# Omvendt proportionalitet

Bogstaver	Formler	Eksempler																				
<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr> <tr> <td>y</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr> </table>	x	...	...	...	...	...	y	...	...	...	...	...	$y = k \cdot \frac{1}{x}$ $k = y \cdot x$ $x = k \cdot \frac{1}{y}$	<table border="1"> <tr> <td>x</td><td>2</td><td>20</td><td>c</td></tr> <tr> <td>y</td><td>d</td><td>21</td><td>42</td></tr> </table> $k = 20 \cdot 21 = 420$ $d = 420 \cdot \frac{1}{2} = \frac{420}{2} = 210$ $c = 420 \cdot \frac{1}{42} = \frac{420}{42} = 10$	x	2	20	c	y	d	21	42
x	...	...	...	...	...																	
y	...	...	...	...	...																	
x	2	20	c																			
y	d	21	42																			

# Vækst

	Lineær vækst	Eksponentiel vækst	Potens-vækst
Regne-forskrift	$y = ax + b$	$y = ba^x$	$y = bx^a$
$a$	$a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$	$a = \sqrt[x_2 - x_1]{\left(\frac{y_2}{y_1}\right)}$	$a = \frac{\log(y_2) - \log(y_1)}{\log(x_2) - \log(x_1)}$
$b$	$b = y_1 - ax_1$	$b = \frac{y_1}{a^{x_1}} = y_1 \cdot a^{-x_1}$	$b = \frac{y_1}{x_1^a} = y_1 \cdot x_1^{-a}$
Fordoblingskonstant		$T_2 = \frac{\log(2)}{\log(a)}$	
Halveringskonstant		$T_{1/2} = \frac{\log(0,5)}{\log(a)}$	
			Hvis $x$ fremskrives med $p\% = r$ , så er fremskrivningsfaktoren for $x$ : $(1+r)$ og fremskrivningsfaktoren for $y$ : $(1+r)^a$  Procentvis ændring af $y$ bliver: $((1+r)^a - 1) \cdot 100\%$
Anbefalet koordinat-system	Sædvanligt	Enkelt logaritmisk	Dobbelt logaritmisk

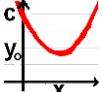
## Formler til matematik B

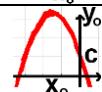
**Andengradspolynomiet**  $p(x) = ax^2 + bx + c$

Diskriminanten

$$d = b^2 - 4ac$$

Toppunkt:  $(x_o, y_o) = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{d}{4a}\right)$

  $d < 0, c > 0$ , glad graf:  $a > 0$   
 $x_o > 0$ :  $b$  har fortegn modsat  $a$

  $d > 0, c > 0$ , trist graf:  $a < 0$   
 $x_o < 0$ :  $b$  har samme fortegn som  $a$

**c** er skæring med y-aksen  
**b** er hældning ved y-aksen

Rødder / nulpunkter  $\frac{-b \pm \sqrt{d}}{2a}$

### Differentialregning

$$(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$$

$$(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$$

$$(k \cdot f(x))' = k \cdot (f(x))' = k \cdot f'(x) \quad \boxed{\text{fx: } (5x^3)' = 15x^2}$$

$$(k \cdot x)' = k \quad \boxed{\text{fx: } (3x)' = 3}$$

$$n \neq 0: (x^n)' = n \cdot x^{n-1} \quad \boxed{\text{fx: } (x^3)' = 3x^2}$$

$$n \neq 0: (k \cdot x^n)' = k \cdot n \cdot x^{n-1} \quad \boxed{\text{fx: } (5x^3)' = 15x^2}$$

$$(\sqrt{x})' = (x^{0,5})' = 0,5x^{-0,5} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(1/x)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$(x^2 - 3x + \frac{1}{x})' = 2x - 3 - x^{-2}$$

Ligning for linje  
gennem  $(x_o, y_o)$   
med hældning  $a$

$$y - y_o = a(x - x_o)$$

Ligning for tangent  
gennem  $(x_o, y_o)$

$$y - y_o = f'(x_o)(x - x_o)$$

Tangent til  $f(x) = x^2$   
gennem  $(3, 9)$

$$f'(x) = 2x \text{ og } f'(3) = 6$$

$$\text{Ligning: } y - 9 = 6(x - 3)$$

### Integral / stamfunktion

$f(x)$	$\int f(x) dx$
$4x$	$2x^2 + k$
$4x + 3$	$2x^2 + 3x + k$
$3$	$3x + k$
$6x^2$	$2x^3 + k$
$x^3$	$\frac{1}{4}x^4 + k$
$5x^3$	$\frac{5}{4}x^4 + k$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + k$
$x^{-1} = \frac{1}{x}, x > 0$	$\ln(x) + k$
$e^x$	$e^x + k$

### Det bestemte integral

$$\int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$\int_a^b c \cdot f(x) dx = c \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

### Naturlig logaritme & eksponentialefunktion

$$\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

$$\ln(a^x) = x \cdot \ln(a)$$

$$e^{\ln(a)} = a$$

$$e^{\ln(a) \cdot x} = a^x$$

$$b \cdot \ln(a) \cdot e^{\ln(a) \cdot x} = b \cdot \ln(a) \cdot a^x$$

$$(a^x)' = \ln(a) \cdot a^x$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(k \cdot e^x)' = k \cdot e^x, \quad \text{fx: } (5e^x)' = 5e^x$$

$$(k e^{nx})' = k \cdot n \cdot e^{nx}$$

$$\ln' x = \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

$$\text{For } x > 0: \int \frac{1}{x} dx = \ln(x) + k$$

$$\text{For } x < 0: \int \frac{1}{x} dx = \ln(-x) + k$$

### Trigonometri

$$\cos^2 C + \sin^2 C = 1$$

$$\cos(-v) = \cos v$$

$$\sin(180-v) = \sin(v)$$

$$\text{Radianallet} = \text{Gradtallet} \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$\text{Gradtallet} = \text{Radianallet} \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$\sin(\pi-x) = \sin(x)$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\sin A = a \cdot \frac{\sin B}{b} \quad a = \sin A \cdot \frac{b}{\sin B}$$

$$\text{Areal: } T = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\text{Herons formel: } T = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

hvor  $s = \frac{a+b+c}{2}$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(C)$$

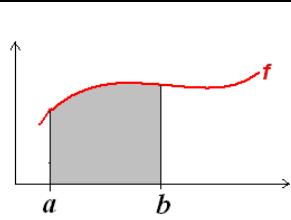
$$ba^x$$

$$b \cdot \ln(a) \cdot a^x + k$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

## Flere regler for differentiation:

Regler		Eksempler					
$f$	$f'$	$f$	$f'$	$f$	$f'$	$f$	$f'$
$x^n$ $n \neq 0$	$nx^{n-1}$	$x^2$	$2x^1 = 2x$	$x$	$1$	$x^5$	$5x^4$
$ax^n$ $n \neq 0$	$anx^{n-1}$	$-2x^2$	$-2 \cdot 2x^1 = -4x$	$8x$	$8$	$7x^5$	$7 \cdot 5x^4 = 35x^4$
$ax$	$a$	$5x$	$5$	$7$	$0$	$3x^{-\frac{1}{2}}$	$3x^{-\frac{1}{2}}$
$a$	$0$	$7$	$0$				
$x^{\frac{1}{2}}$	$\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$	$6x^{\frac{1}{2}}$	$3x^{-\frac{1}{2}}$	$6 \sqrt{x}$	$6 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{\sqrt{x}} = 3x^{-\frac{1}{2}}$	$3x^{-\frac{1}{2}}$	$3x^{-\frac{1}{2}}$
$e^x$	$e^x$						
$ke^x$	$ke^x$	$5e^x$	$5e^x$				
$e^{nx}$	$ne^{nx}$	$e^{3x}$	$3e^{3x}$				
$ke^{nx}$	$k \cdot ne^{nx}$	$5e^{3x}$	$15e^{3x}$				
$a^x$	$\ln(a) \cdot a^x$	$5^x$	$\ln(5) \cdot 5^x$				
$ba^x$	$b \cdot \ln(a) \cdot a^x$	$7 \cdot 5^x$	$7 \cdot \ln(5) \cdot 5^x$				
$\ln(x)$ , $x > 0$	$\frac{1}{x}$ , $x > 0$	$7 \ln x$ , $x > 0$	$\frac{7}{x}$ , $x > 0$				
En sum eller differens differentieres ledvis		$-2x^2 + 8x - 1$	$-4x + 8 - 0 =$ $-4x + 8$				



Arealet af det grå område  
er  $\int_a^b f(x) dx$

## Flere regler for integration

Regler k er den arbitrære konstant		Eksempler			
$f(x)$	$\int f(x) dx$	$f(x)$	$\int (fx) dx$	$f(x)$	$\int f(x) dx$
$x^n$ $n \neq -1$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1} + k$	$x^2$	$\frac{1}{3} x^3 + k$	$x^5$	$\frac{1}{6} x^6 + k$
$ax^n$ $n \neq -1$	$\frac{a}{n+1} x^{n+1} + k$	$-2x^2$	$\frac{-2}{3} x^3 + k$	$17x^5$	$\frac{17}{6} x^6 + k$
$ax$	$\frac{1}{2} ax^2 + k$	$8x$	$4x^2 + k$		
$a$	$ax + k$	$5$	$5x + k$		
$\frac{1}{x} = x^{-1}$ $x > 0$	$\ln x + k$				
$\sqrt{x} = x^{1/2}$ $x > 0$	$\frac{2}{3} x^{3/2}$				
$\frac{a}{x}$ , $x > 0$	$a \ln x + k$	$\frac{-1}{x}$ , $x > 0$	$-\ln x + k$		
$e^x$	$e^x + k$				
$ae^x$	$ae^x + k$	$5e^x$	$5e^x + k$		
$e^{nx}$	$\frac{1}{n} e^{nx} + k$	$e^{3x}$	$\frac{e^{3x}}{3} + k$		
$a^x$	$\frac{a^x}{\ln a} + k$	$5^x$	$\frac{5^x}{\ln 5} + k$		
$ba^x$	$\frac{ba^x}{\ln a} + k$	$7 \cdot 5^x$	$\frac{7 \cdot 5^x}{\ln 5} + k$		
En sum eller differens integreres ledvis		$-2x^2 + 8x - 1$	$-\frac{2}{3} x^3 + 4x^2 - x + k$		